Subject: Page: ( )

جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی (تو امتحان نیاد)

جریان: اگر از هر مقطع سیم در dt ثانیه بار dq عبور کند: $I = \frac{dq}{dt}$ ، $C/s = A$

نکته: بار عبوری از هر سطح مقطع سیم بین زمان t_1 و t_2: $q = \int_{t_1}^{t_2} I_{(t)}\, dt$

نکته: جریان پایا ⇐ جریان با گذشت زمان ثابت است.

چگالی جریان: جریان عبوری از واحد سطح رسانا

$J = \frac{dI}{dA} \longrightarrow I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$

• جهت J همان جهت I است.

قرارداد: جهت جریان، خلاف جهت حرکت e هاست

قانون اُهم برای مواد اهمیک $R = \frac{V}{I}$ ولی به اینا بستگی داره مقاومت ما

یعنی $\frac{V}{I}$ ثابته

توان الکتریکی

برای جابجا کردن بار dq با توان dW کار می‌کند $dW = dq\, V$

$$P = \frac{dW}{dt}$$ وات $= J/s$

$$P = \frac{dW}{dt} = \overset{I}{\frac{dq}{dt}} V = IV \rightarrow P = IV$$

توان تولیدی باتری

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

توان مصرفی باتری — توان مصرفی مقاومت R — جریان عبوری از R

مدارهای DC

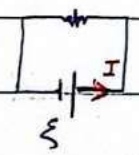
جریان فقط در یک جهت حرکت می کند

هدف: مطالعه مدارهای الکتریکی شامل مقاومت و خازن و باتری بسته.

• پیچیده کردن مدارها: برای آنکه جریان بطور پایدار در مدار برقرار باشد به یک پمپ نیاز داریم.

مولد برق، سلول خورشیدی، باتری و ... ← مثال ← مولد نیروی محرکه الکتریکی ($\mathcal{E}_0$)

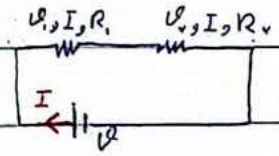
• وسیله ای برای جدا کردن بار و ایجاد جریان



$$dW = dq\,\mathcal{E}_0 \rightarrow \mathcal{E}_0 = \frac{dW}{dq}$$ کار انجام شده توسط مولد — ولت = ژول/کولن

* به هم بستن مقاومت ها — سری (متوالی) / موازی

• سری



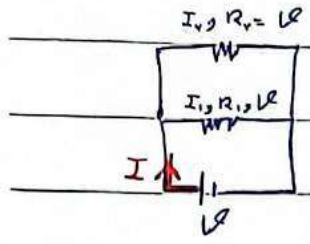
$$I_1 = I_2 = I$$

$$V = V_1 + V_2 \quad (V = RI)$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Subject: Page: ( )

• موازی

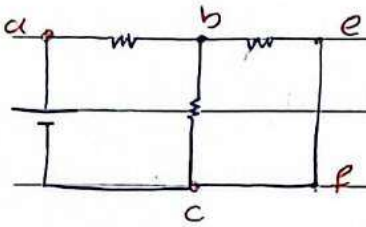


$V = V_1 = V_2$

$I = I_1 + I_2$) $I = V/R$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

* قوانین مداری (قوانین کیرشهوف)

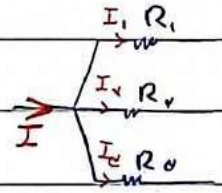


+ گره: محل اتصال بیش از دو سیم ← cob

+ شاخه: یک از سیم های متفاوت بین دو گره ← bc و befc

+ حلقه: مسیر رسانا بسته ← befcb

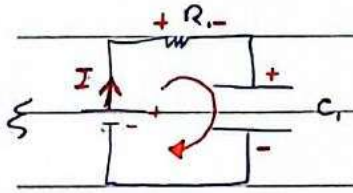
① قانون گره ← قانون پایستگی بار است ← هیچ بار اضافه نمیشه و بار هم از دست نمیره



$I = I_1 + I_2 + I_3$

② قانون حلقه ← مجموع افزایش و کاهش ولتاژها در یک حلقه بسته مدار صفر است

قانون پایستگی انرژی است



$\sum_{حلقه} V_i = 0 \longrightarrow \xi - IR_1 - \frac{q}{C} = 0$

چگونگی استفاده از قوانین مداری:

① سر + و - باتری مشخص شود

② جهت جریان فرضی انتخاب شود (برای هر شاخه)

③ تعیین جهت پیمودن حلقه (پیشنهادی در جهت عقربه‌ی ساعت)

④ از باتری شروع کن و به حلقه رو دور بزن

★ ΔV عبور از باتری: $\pm \xi$ علامت خروج از باتری

+ قانون حلقه

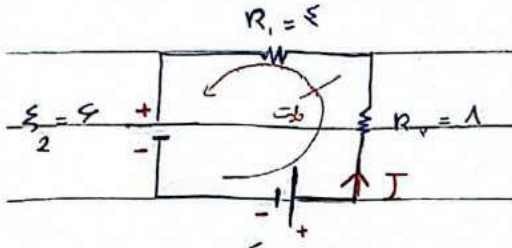
⑤ سر مقاومت و خازنی که جریان به آن وارد می‌شود + و سری که خارج می‌شود - بذار

★ ΔV عبور از مقاومت: $-RI$

★ ΔV عبور از خازن: $-q/C$

PARDIS

مثال: در مدار روبرو جریان مدار چقدر است؟



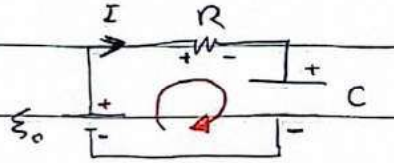
$$\sum_{\text{حلقه}} \Delta V = 0$$

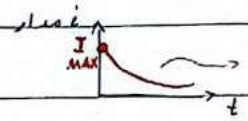
$$+12 - 8I - 4I - 6 = 0$$

$$I = 0/5\ A$$

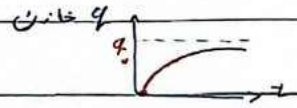
مهم: مدارهای RC ⟸ هدف: باردار کردن و تخلیه خازن از مقاومت.

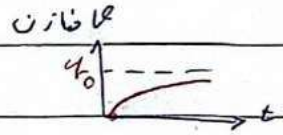
الف) باردار کردن خازن: فرض کنید در $t=0$ خازن خالی است. پس از t ثانیه باز خازن که جریان که اختلاف پتانسیل دو سر خازن که ثابت زمان مدار چقدر را بیابید که





چون وقتی خازن به پتانسیل ~~کابینی خازن اجازه~~ جریان نمیده





$$\sum \Delta V = 0 \rightarrow \xi - \overset{\frac{dq}{dt}}{i} R - \frac{q}{C} = 0$$

$$\div R \rightarrow \frac{\xi}{R} - \frac{dq}{dt} - \frac{q}{RC} = 0 \rightarrow q = 0$$

$$\rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{\xi C - q}{RC} \rightarrow \int_{q=0}^{q} \frac{dq}{-\xi C + q} = \int_{t=0}^{t} \frac{dt}{RC} \rightarrow \ln(q - \xi C)\Big|_0^q = -t/RC$$

$$\rightarrow \ln\frac{q - \xi C}{-\xi C} = \frac{-t}{RC} \rightarrow \ln\frac{q - \xi C}{-\xi C} = \frac{-t}{RC} \rightarrow e^{-t/RC} = \frac{q - \xi C}{-\xi C}$$

$$\rightarrow q_{(t)} = \xi_0 C\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$ بار خازن در هر لحظه

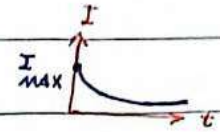
$t=0 \rightarrow q=0$ خازن خالی

$t \rightarrow \infty \rightarrow q = CV = C\xi_0$ خازن پر

$$I = \frac{dq}{dt} = -C\xi\left(\frac{-1}{RC}\right)e^{\frac{-t}{RC}}$$

جریان مدار به حسب زمان

$$I_{(t)} = \frac{\xi_0}{R}\, e^{\frac{-t}{RC}}$$



$t=0 \longrightarrow I_{MAX} = \frac{\xi}{R}$ $\qquad$ $t \to \infty \longrightarrow I=0$

$$q = CV \longrightarrow V = q/C \longrightarrow V_t = \xi_0\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

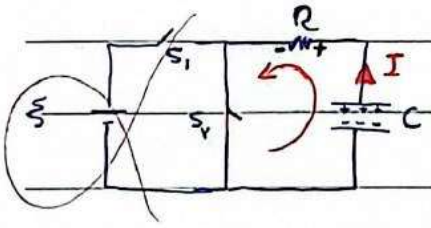
اختلاف پتانسیل در سر خازن

خازن خالی $t=0 \longrightarrow V=0$

خازن پر شده $t \to \infty \longrightarrow V = \xi_0$

تعریف می کنیم $\longrightarrow$ $\tau = RC$ ثابت زمانی مدار پر شدن

ب) تخلیه خازن: فرض کنید در $t=0$ خازن پر است. در زمان کلید S_1 قطع و S_2 بسته می شود. حال بار خازن که جریانی که اختلاف پتانسیل که ثابت زمانی مدار که



$$\xi \Delta V = 0$$

$$+\frac{q}{C} - IR = 0 \;,\; I = -\frac{dq}{dt}$$

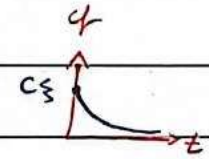
چون q خازن در حال کم شدن است $\Delta q < 0$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{CR}$$

$$\int_{q_0 = C\xi}^{q} \frac{dq}{dt} = \int_{t=0}^{t} -\frac{t}{RC} \longrightarrow \ln\frac{q}{C\xi} = -\frac{t}{RC}$$

$$q_{(t)} = C\xi\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

بار خازن در مدار تخلیه

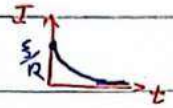


خازن خالی $q=0$ ، $t \to \infty$ $\qquad$ خازن پر $q_0 = C\xi$ ، $t=0$

مشتق نسبت به t

$$I = -\frac{dq}{dt} \longrightarrow I = -C\xi\left(\frac{-1}{RC}\right)e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$I(t) = \frac{\xi}{R}e^{-t/RC}$$



$$q = CV \longrightarrow V = \frac{q}{C} \longrightarrow V(t) = \xi e^{-t/RC}$$

$t=0 \longrightarrow V=\xi$ خازن پر ξ

$t\to\infty \longrightarrow V=0$ خالی شده

$\tau = RC$ ثابت زمانی مدار تخلیه

☆ نکته: خازن به شکل سد عمل می‌کند و I را 0 می‌کند.

مثال مدار RC: در مدار روبرو فرض کنید کلید S برای مدت طولانی بسته است و خازن کاملاً پر شده است. الف) جریانی که از هر مقاومت می‌گذرد که $t\to\infty$

ب) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت که ج) بار Q خازن که

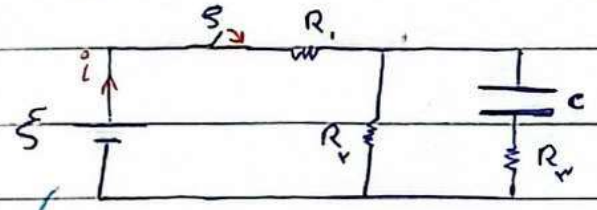
د) اکنون کلید را باز می‌کنیم ($t=0$)، جریان عبوری از مدار در لحظه t که

جریانی عبوری از R_2 که I_{MAX}

ه) جریان لحظه اولیه ($t=0$) که ← زمان t را برابر 0 ← معادله I را پیدا کن

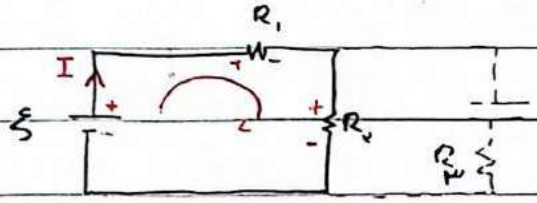
و) انرژی تلف شده در مقاومت R_2 که

کل



☆

الف



$$I_{\text{مدار}} = \frac{\xi}{R_1+R_2} = I_{R_1} = I_{R_2}$$

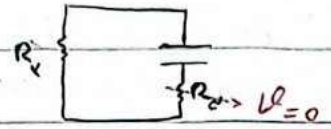
$$I_{R_3} = 0$$

معادله حلقه $\xi - IR_1 - IR_2 = 0$

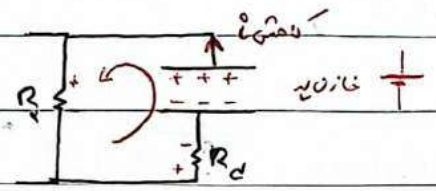
ب) $V_{R_1} = IR_1$ و $V_{R_2} = IR_2$ و $V_{R_3} = 0$

ج) دو سر خازن فقط به R_2 دارند که ولتاژ داره

$Q_{\text{خازن}} = CV_{R_2} = CIR_2$



د) خوب کلید رو باز کن



$$\sum \Delta V = 0 \longrightarrow \frac{q}{C} - iR_2 - iR_3 = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

هم بار و هم I داره کم میشه

$$\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt}(R_2 + R_3) = 0$$

$$\longrightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{C(R_2+R_3)} \xrightarrow{\int} \int_{Q_0}^{q} \frac{dq}{q} = \int_{t=0}^{t} -\frac{dt}{C(R_1+R_2)}$$

$$\longrightarrow \ln q\Big|_{Q_0}^{q} = \frac{-t}{\underbrace{(R_1+R_2)C}_{\tau}} \longrightarrow q/Q_0 = e^{-t/\tau} \longrightarrow q_{(t)} = Q_0 e^{-t/\tau}$$

بار خازن در هر لحظه

خازن به $t=0 \longrightarrow q = Q_0$ تست جواب

خالی $t \to \infty \longrightarrow q = 0$

هـ) جریان خازن در هر لحظه

$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q_0}{(R_2+R_3)C} e^{-t/(R_2+R_3)C}$$

از q مشتق بگیر

$$t=0 \longrightarrow I_{MAX} = \frac{Q_0}{(R_2+R_3)C}$$

جریان عبوری از R_2 $\longrightarrow I_{R_2} = I_{\text{خازن}} =$

$$P = \frac{U}{t} \longrightarrow \underset{\text{لحظه‌ای}}{P} = \frac{dU}{dt} = R_2 I^2 \qquad (2)$$

خازن کاملاً خالی

$$\longrightarrow dU = R_2 I^2 dt \xrightarrow{\int} U = \int_{t=0}^{t=\infty} R_2 I^2 dt$$

انرژی که صرف شده در R_2 به گرما تبدیل شده

خازن پر

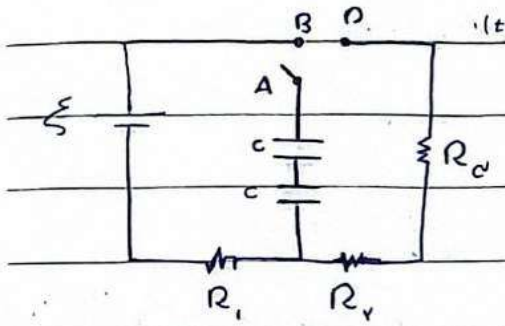
این مقدار که تو (2) بدست آوردیم

$$\longrightarrow U = \int R_2 \frac{Q_0^2}{(R_1+R_2)^2 C^2} e^{\frac{-2t}{(R_1+R_2)C}} dt$$

$$= \frac{R_2 Q_0^2}{(R_1+R_2)^2 C^2} \left(-\frac{(R_1+R_2)C}{2} e^{\frac{-2t}{(R_1+R_2)C}} \right) \Big/_0^{\infty} = \frac{R_2 Q_0^2}{2(R_1+R_2)C}$$

بیرون انتگرال ثابت بود گذاشتیم

مثال: خازن‌ها خالی هستند. کلید از A به B زده می‌شود در $(t=0)$.



الف) بار خازن در لحظه t چه

ب) جریان مدار در لحظه t چه

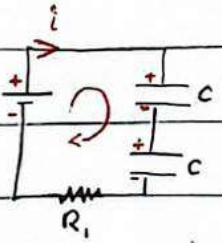
ج) اختلاف پتانسیل دو سر خازن در لحظه t چه

د) انرژی درون خازن پس از $t=\infty$ چه

هـ) انرژی ذخیره شده در درون کل دو خازن پس از $t=\infty$ چه

حال کلید A به D وصل می‌شود: و) بار خازن و جریان مدار در لحظه t چه ز) انرژی گرمایی کامل تلف شده در R_2 چه

الف



$\mathcal{E}U = 0$ $\quad Q = CU$

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - \frac{q}{C} - iR_1 = 0$$

$i = +\frac{dq}{dt}$ i دارد زیاد می‌شود

$$\frac{\mathcal{E}}{R_1} - \frac{q(2/C)}{R_1} - \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\longrightarrow \frac{dq}{\mathcal{E}C - 2q} = \frac{dt}{R_1 C} \xrightarrow{\int} \int_{q=0}^{q} \frac{dq}{-\frac{\mathcal{E}C}{2} + q} = \int_{t=0}^{t} \frac{-dt}{R_1 C/2} \longrightarrow \ln\left(q - \frac{\mathcal{E}C}{2}\right)\Big/_0^q = \frac{-t}{R_1 C/2}$$

برای $q=0$

$$\longrightarrow \ln \frac{q - \mathcal{E}C/2}{-\mathcal{E}C/2} = \frac{-t}{R_1 C/2} \longrightarrow q - \frac{\mathcal{E}C}{2} = \left(-\frac{\mathcal{E}C}{2}\right) e^{-t/R_1 C/2}$$

$$\longrightarrow \underset{(t)}{q} = \frac{\mathcal{E}C}{2}\left[1 - e^{-t/R_1 C/2}\right]$$

PARDIS

Subject: Page: ( )

ب ⟶ $I = \frac{dq}{dt}$ $\xrightarrow[\text{q مشتق بگیر}]{\text{ضرب از معادله}}$ $I_{(t)} = \frac{\xi}{R_1} e^{-t/R_1 C_1}$

تست ⟶ $t=0 \longrightarrow i_{MAX} = \xi/R_1$

$t=\infty \longrightarrow (I=0)$ خازن پر شده

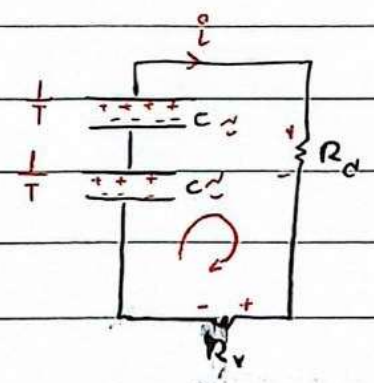
ج ⟶ $q_{\text{خازن}} = C_{\text{خازن}} V \longrightarrow V_{1(t)} = \frac{q_{(t)}}{C} = \frac{\xi C}{2C}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC_1}}\right)$

د ⟶ $t \to \infty$ ⟶ انرژی خازن پس از پر شدن کامل

$$U_{C_1} = \frac{1}{2}\frac{q^2_{(t\to\infty)}}{C_1} = \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{\xi C}{2}\right)^2}{C} = \frac{1}{8}\xi^2 C$$

ه ⟶ $U_{C_1, C_2} = 2\left(\frac{1}{8}\xi^2 C\right) = \frac{1}{4}\xi^2 C$

و ⟶ کلید AD وصل شود



$\Sigma V = 0$

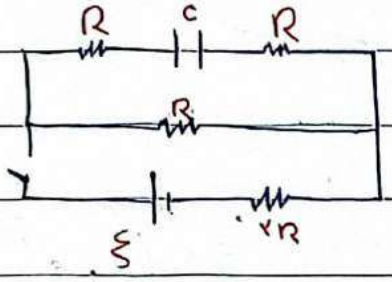
$\frac{q}{C} + \frac{q}{C} - iR_d - iR_2 = 0$

$i = -dq/dt$ ⟶ کاهش دیگه

$q_{(t)} = \ldots$

$I_{(t)} = \ldots$

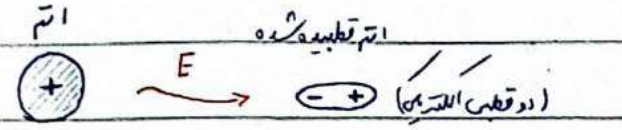
تمرین: الف) کلید مدت طولانی بسته است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن کی



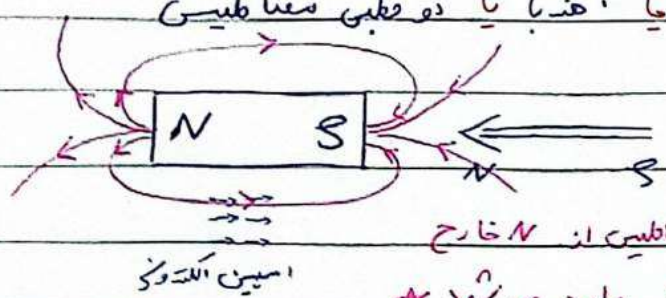
ب) حال کلید باز می‌شود چه مدت طول می‌کشد تا اختلاف پتانسیل دو سر خازن به $\frac{1}{4}\varepsilon$ برسد کی

B میدان مغناطیسی

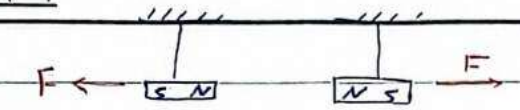
منشأ تولید میدان مغناطیسی: حرکت e ها



حالا: قطب نما یا آهنربا یا دو قطبی مغناطیسی



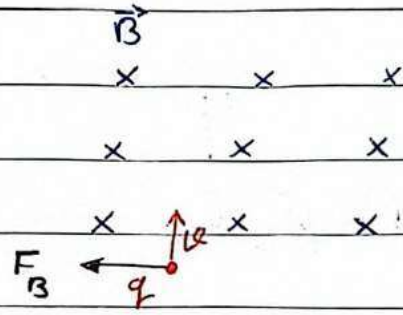
★ همواره خطوط میدان مغناطیسی از N خارج و به S وارد می‌شود ★

دیده می‌شود: 

از هم دور می‌شوند

تذکر: تک قطبی مغناطیسی نداریم و همیشه N و S با هم اند. ((تفاوت الکتریسیته و مغناطیس))

حرکت بار الکتریکی درون میدان مغناطیسی



$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$|F_B| = qvB\sin\alpha$$

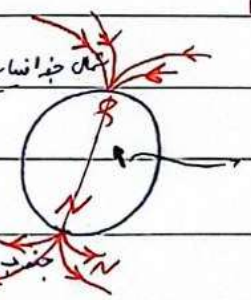
زاویه بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$

جهت F_B ← به کمک روش ضرب خارجی یا B کف دست ← انگشت جهت v

در اینصورت شست جهت F است. بار منفی بر در آمد جهت را برعکس کن.

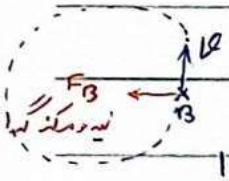
واحد میدان مغناطیسی B: T (تسلا) $= \frac{N}{Am} = \frac{N}{A\,(C\cdot m/s)}$

$1T = 10^4 G$ (گاوس)



کره زمین:

قطب نما: N به سمت شمال، S



الف) $\vec{v} \perp \vec{B}$: حرکت دایره‌ای داریم

$$|F_B| = qvB = m\underbrace{a_c}_{\text{شتاب مرکز گرا}} = m\frac{v^2}{R}$$

ادامه حرکت بار در میدان مغناطیسی

$$R = \frac{mv}{qB}$$

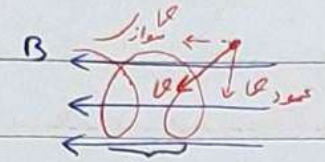
شعاع سیکلوترون (شعاع مسیر حرکت دایره‌ای)

از طرفی $v = \frac{2\pi R}{T}$ و $f = \frac{1}{T}$

فرکانس سیکلوترون $f = \frac{qB}{2\pi m}$

ادامه حرکت بار در میدان مغناطیسی

ب) $\vec{v} \perp \vec{B}$: حرکت مارپیچی خواهد بود



مولفه عمودی که باعث حرکت دورانی میشه

که مولفه موازی اونو دایره رو حرکت میده

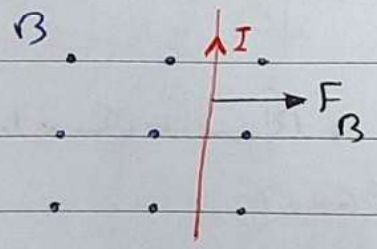
$F_{عمود} = q v_{عمود} B = m \frac{v_{عمود}^2}{R}$

طبق بخش الف : $R = \frac{m v_{عمود}}{q B}$ شعاع سیکلوترون

دوره‌ی طبق الف $\frac{2\pi m}{qB}$

$v_{موازی} = \frac{فاصله}{زمان} = \frac{P}{T} \rightsquigarrow P_{گام} = v_{موازی} T$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان



الف) سیم مستقیم :

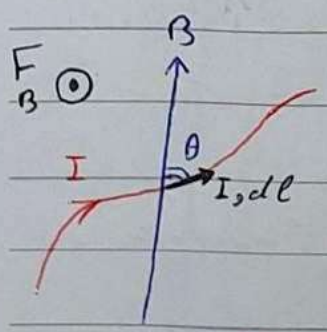
$F_B = \vec{B} \times I \vec{l}$

زاویه بین B و l

$|F| = B I l \sin\alpha$

جهت F_B = به کمک ضرب خارجی یا B کف دست I چهار انگشت شصت میشه F.

بار منفی بود در آخر جهت رو برعکس کن.



ب) سیم مستقیم نباشد :

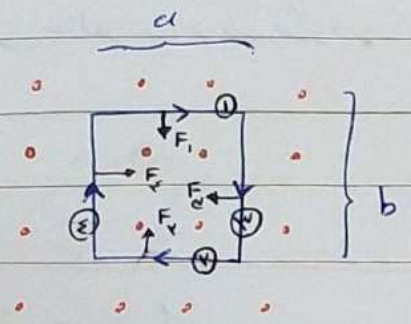
سیم به n تا سیم کوچک تقسیم می‌شود.

$d\vec{F}_B = B \vec{I} \times dl$

نیروی کل $F_B = \int d\vec{F}_B$ ، $F_x = \int dF_x$ ، $F_y = \int dF_y$

Subject: Page: ( )

مثال: حلقه فلزی داریم که درونش B قرار دارد. نیروی کل وارد به حلقه از طرف میدان مغناطیسی B چه؟



$$\vec{F}_B = \vec{B} \times I\vec{l}$$

$$|F_B| = BIl\sin\alpha$$

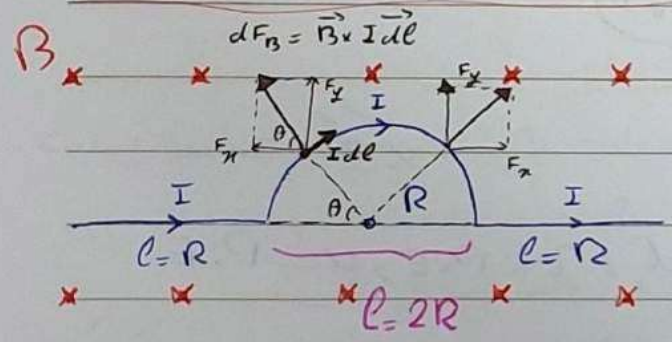
$F_1 = BIa\,(-\hat{j})$ $\quad F_3 = BIb\,(-i)$

$F_2 = BIa\,(\hat{j})$ $\quad F_4 = BIb\,(i)$

$\longrightarrow F_{\text{کل}} = 0$

نیروی میدان مغناطیسی مدار بسته صفر است

مثال:



الف) نیرو مغناطیسی وارد بر نیم حلقه؟

ب) // // به کل مدار؟

الف) اول از همه اینکه F_x ها خنثی می‌شوند

$$F_{\text{کل نیم حلقه}} = \int dF_y = \int dF\sin\theta = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} BI\,dl\,\sin\theta$$

$dl = R\,d\theta$

طول کمان قطاع آرتا آرتا

$$= IRB\int \sin\theta\,d\theta = IRB(-\cos\theta)\Big|_{\pi}^{0} = 2RIB$$

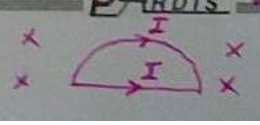
جهت $(\hat{j})$

نیروی وارد بر نیم حلقه

نکته نستی: حتی اینجا هم $F = BIl\sin\alpha$ میشه

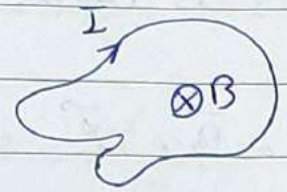
که $l = 2R$ و $\sin 90 = 0$

PARDIS



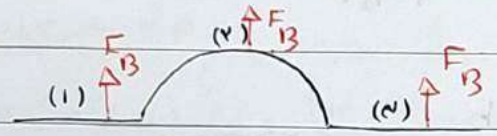
F به سمت بالا

نکته: به هر مدار بسته حامل جریانی که به میدان مغناطیسی عمود باشد نیروی خالص وارد نمی شود.



$F_B = 0$

پاسخ قسمت ب)

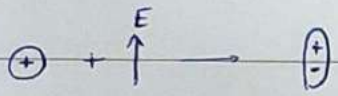


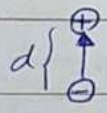
$F_{1B} = BIl\sin 90 = BIR$ $\quad F_{2B} = 2BIR$ $\quad F_{3B} = BIR$

الف) کاهش

$F_{\omega} = 4BIR \ (I)$

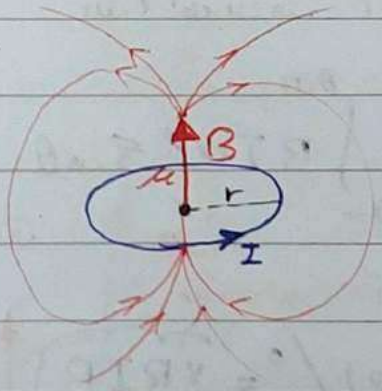
یادآوری در قطبی الکتریکی:





$P = qd$ و $\tau = P \times E$ و $U = -P \cdot E$

دوقطبی مغناطیسی: حلقه حامل جریانی باعث ایجاد آهنربا یا همانی ایجاد میدانی مغناطیسی B می شود.



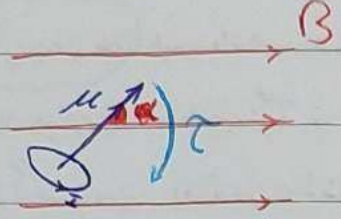
$\vec{\mu} = I\vec{A}$ (واحد Am^2)

$\vec{\mu}$: گشتاور دوقطبی مغناطیسی

$A = \pi r^2$

جهت μ یا B ← ۴ انگشت جهت I باشد شست جهت B یا μ را می دهد.

حالا اگه دو قطبی مغناطیسی در میدان تار بگیره چی میشه که می چرخه؟



$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B \sin\alpha$

زاویه بین B و μ است

نیروی گشتاور دو قطبی مغناطیسی

★ اساس کار بسیاری از موتورهای الکتریکی است ★

حالا چون می چرخه انرژی داره ← انرژی پتانسیل دو قطبی مغناطیسی

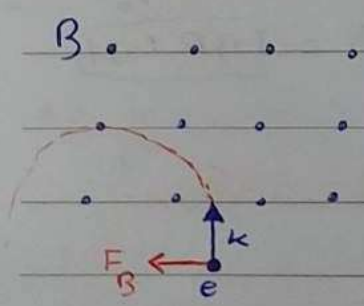
$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\alpha$

سوال امتحانی

مثال: e ای با انرژی جنبشی K تحت زاویه 90° نسبت به میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0/01\ T$ حرکت می کند. الف) F_B چقدر

ب) شعاع حرکت مسیر دایره ای e چقدر ج) فرکانس حرکت دایره ای چقدر

د) اگر همین e این بار با سرعت v تحت یک زاویه دلخواه نسبت به میدان حرکت کند مسیر آن چگونه است؟



الف) $K = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$

$F_B = q v B \sin 90 = e\sqrt{\frac{2K}{m}} \times 0/01\ N$

ب) $\Rightarrow F_B = q v B = m \frac{v^2}{r} \longrightarrow r = \frac{m v}{q B}$

ج) $v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\frac{qBr}{m}} = \frac{2\pi m}{qB} \longrightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$

د) $v \not\parallel B \rightarrow$ حرکت مارپیچی

PARDIS

مثال: یک حلقه مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارد.

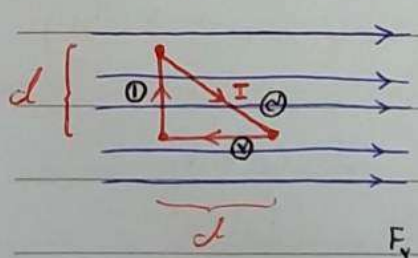
الف) نیرو مغناطیسی وارد به هر ضلع؟

ب) نیرو مغناطیسی برآیند وارد به حلقه؟ مدار بسته ← $F_{\text{برآیند}} = 0$ البته که با به آینه گیری از مقادیر الف هم به همین می‌رسیم

ج) گشتاور نیروی وارد به حلقه؟ τ

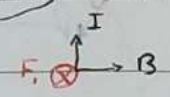
د) گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ؟ هـ) انرژی پتانسیل مغناطیسی حلقه؟

و) کار نیروی خارجی لازم برای حرکت حلقه از حالت اولیه به حالتی که گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن در جهت $x-$ قرار گیرد چقدر است؟



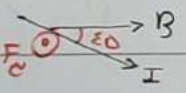
$\vec{B} = B\hat{i}$ بطور کلی $F_B = \vec{B} \times I\vec{\ell}$

الف) $F_1 = BIl\sin 90 = BIl$



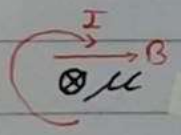
$F_2 = BIl\sin 180 = 0$

$F_3 = BIl\sin 45 = BI\sqrt{2}l \times \frac{\sqrt{2}}{2} = BIl$



ج و د) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \rightarrow \tau = \mu B \underbrace{\sin 90}_{1} = \frac{1}{2} l^2 I B$

$\mu = IA = I\left(\frac{l^2}{2}\right)$



هـ) $U_{\text{قدیم}} = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\mu B\cos 90 = 0$

و) $W_{ext} = U_{\text{جدید}} - U_{\text{قدیم}} = \mu B$

طبق قسمت قبل 0

$\mu \longleftrightarrow B$

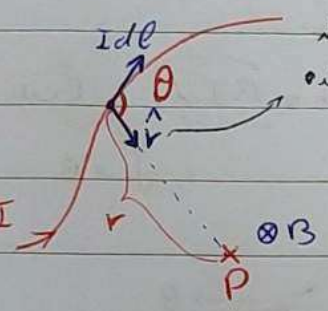
$U_{\text{جدید}} = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\mu B\cos 180 = \mu B$

فصل جدید — میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

دیده میشه که منشأ میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی است.

محاسبه میدان مغناطیسی:
- قانون بیوساوار (المان گیری) ← برای سیم های خم
- قانون آمپر (استفاده از تقارن)

الف: قانون بیوساوار



جهت r میشه از نقطه مورد نظر به سمت P نگاه می کنه.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

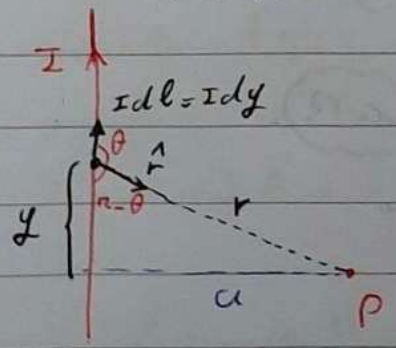
μ_0 = ثابت تراوایی مغناطیسی $= 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell\,\sin\theta}{r^2} \longrightarrow B = \int d\vec{B}$$

کل ناشی از سیم حامل جریان

جهت B: شست به I چهار انگشت میده B

مثال: میدان مغناطیسی حاصل از جریان I در یک سیم مستقیم بسیار بلند در فاصله a از سیم چقدر است؟



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dy\,\sin\theta}{r^2}$$

$$B_{\text{کل}} = \int_{-\infty}^{\infty} dB = \frac{\mu I}{4\pi}\int\frac{dy\,\sin\theta}{a^2+y^2}$$

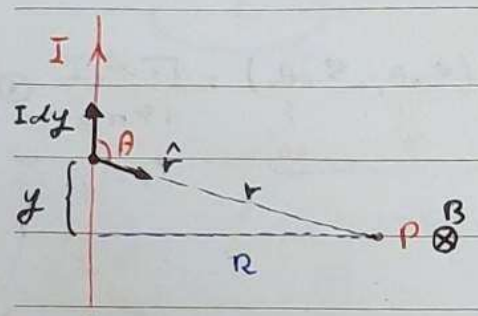
$$\sin\theta = \sin(\pi-\theta) = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} \qquad = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{dy\,a}{(a^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\mu I}{4\pi}\left(\frac{y}{a\sqrt{a^2+y^2}}\right)\Bigg|_{-\infty}^{\infty}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\frac{y}{y\sqrt{1+\frac{a^2}{y^2}}}\right)\Bigg|_{-\infty}^{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

PARDIS

یادآوری $\int \frac{a\,dy}{(a^2+y^2)^{3/2}} = \frac{1}{a}\left(\frac{y}{(a^2+y^2)^{1/2}}\right)$

مثال: میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم نیم نامتناهی حامل جریان I که

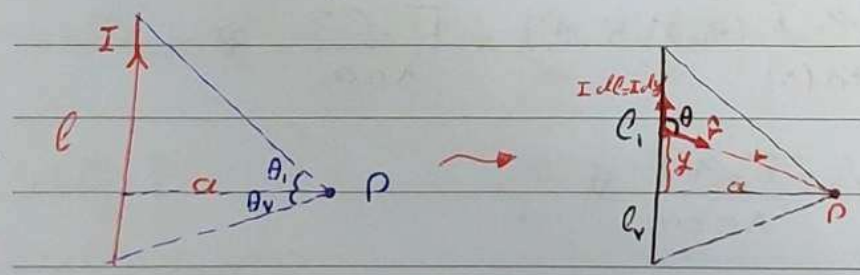


$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} =$ ..... هندسه که قبلاً دیدید با محدوده ∞ تا ∞

$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$ نصف سیم کامل است

طبیعی است که علت ایجاد B مگت ها هست پس وقتی نصف شود سیم ها هم انگار نصف شده و مقدار B هم نصف میشه.

مثال: میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان I با طول محدود l چقدر است؟



$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dy\sin\theta}{a^2+y^2}$ و $\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$

$$B_{\text{کل}} = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-l_2}^{l_1}\frac{a\,dy}{(a^2+y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\frac{y}{\sqrt{a^2+y^2}}\right)\Bigg|_{-l_2}^{l_1}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\frac{l_1}{\sqrt{a^2+l_1^2}}+\frac{l_2}{\sqrt{a^2+l_2^2}}\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\theta_1+\sin\theta_2\right)$$ میدان ناشی از سیم محدود (~~خط باشد~~)

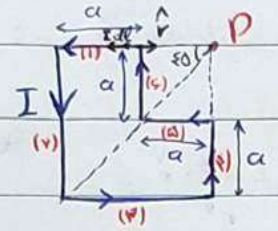
★ فاصله خط تا نقطه P ★

★ اگه یک سیم حامل جریان I با طول ∞ داشته باشیم میدان مغناطیسی در فاصله R از سیم:

$B = \frac{\mu I}{2\pi R}$ B ⊙ | I | B ⊗

PARDIS

مثال: در شکل روبرو بزرگی و جهت میدان مغناطیسی تولید شده در نقطه P را بیابید؟

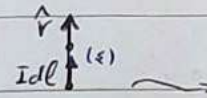


$$d\vec{B}_{(1)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}\times\vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \cancel{\sin 180}^{\,0}}{r^2} = 0$$

$$B_{(2)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(2a)}\left(\underbrace{\sin\theta_1}_{45^\circ} + \underbrace{\sin\theta_2}_{45^\circ}\right) = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 I}{16\pi a} \odot$$

این فرمول را تو امتحان باید بتونی بدی (میدان مغناطیسی حاصل سیم محدود)

$$B_{(4)} = \dots\dots = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 I}{16\pi a} \odot$$



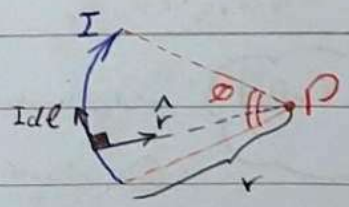
$$\longrightarrow dB_{(4)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}\times\vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \cancel{\sin 0}^{\,0}}{r^2} = 0$$

$$B_{(5)} = \dots = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a)}\left(\underbrace{\sin\theta_1}_{45^\circ} + \underbrace{\sin\theta_2}_{45^\circ}\right) = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 I}{8\pi a} \otimes$$

$$B_{(6)} = \dots\dots = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 I}{8\pi a} \otimes$$

$$\longrightarrow \vec{B}_{\text{کل}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_6 = \frac{2\sqrt{2}\,\mu I}{8\pi a} - \frac{2\sqrt{2}\,\mu I}{16\pi a} = \frac{\sqrt{2}\,\mu I}{8\pi a} \otimes$$

مثال: میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم کمانی حامل جریان I در مرکز آن چقدره؟



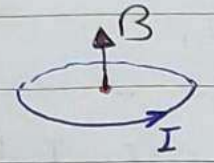
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}\times\vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \cancel{\sin 90}^{\,1}}{r^2}$$ میدان جزئی

$$\text{کل } B = \int dB = \int \frac{I dl}{r^2}\frac{\mu_0}{4\pi} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\int dl$$

$$\xrightarrow[\text{آرتما آرتما}]{\text{طول کمان قطاع}} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\int_0^{\phi} r\,d\phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\phi \longrightarrow$$ تذکر: ϕ به حسب رادیان است

مثال: میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه با جریان I در مرکز حلقه؟

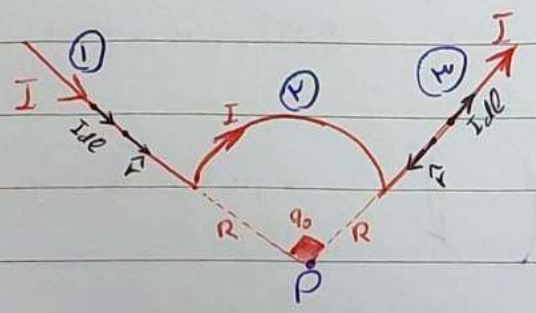
از مثال قبل می‌دانیم $B_{حلقه} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$ ⊗



در اینجا

$$B_{حلقه} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(2\pi) = \frac{\mu_0 I}{2R} \uparrow$$

مثال: میدان در P؟



نکته: میدان مغناطیسی در راستای یک قطعه سیم مستقیم برابر صفر است.

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}\times\vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \sin 0}{r^2} = 0$$

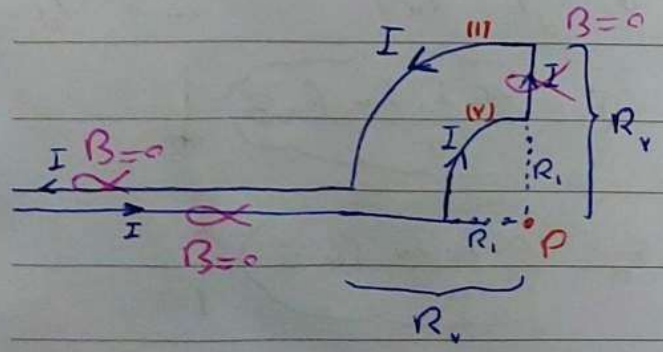
$$dB_3 = \quad // \quad = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I dl \sin 180}{r^2} = 0$$

مثلاً در قسمت الف سوال اینو اثبات کردیم

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} ⊗ = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi/2) = \frac{\mu_0 I}{8R} ⊗$$

$$B_{کل} = \frac{\mu_0 I}{8R} ⊗$$

مثال: میدان در P؟

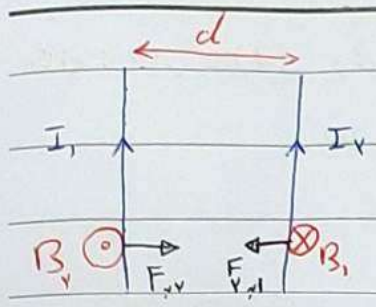


$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_2}(\pi/2) \odot$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}(\pi/2) ⊗$$

$$\vec{B}_{کل} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \sim$$

• نیروی بین دو سیم حامل جریان



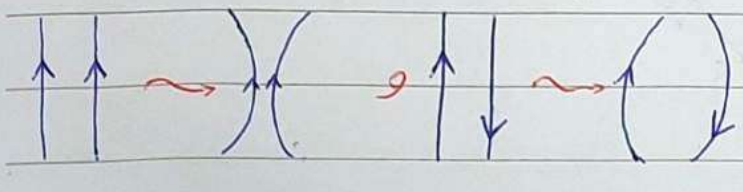
قبلا ثابت کردیم که میدان در فاصله از سیم بی نهایت $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

حالا طبق فرمول قبل $\rightsquigarrow F_{2\to1} = \vec{B} \times I\vec{l} = BIl\sin\alpha = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} I_2 l \cancel{\sin 90}^{1}$

$$\left|F_{2\to1}\right| = \left|F_{1\to2}\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

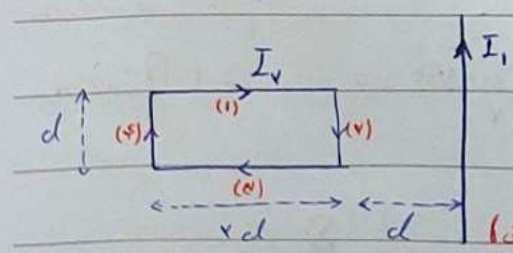
با توجه به کشش و واکنش

پس بطور کلی داریم:



مثال: الف) نیروی مغناطیسی وارد به هر ضلع مستطیل که ب) نیروی برآیند وارد بر حلقه که

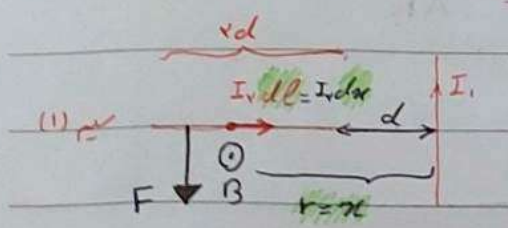
$I_1 = 5t$ و $I_2 = 8t$



از قبل می دانیم (البته امتحان باید بش بدی) میدان ناشی از سیم طویل I_1 به فاصله r از آن که:

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$ (با قانون آمپر هم می تونی)

با این فرض بعد



$$dF_1 = BI_2\, dl \sin 90 = I_2\, dx \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\text{کل } F_1 = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln x \Big|_d^{2d}$$

سیم افقی دیگه

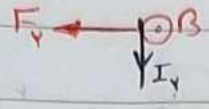
$$F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ln 3}{2\pi} \downarrow$$

سیم (2) به همین صورت $F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ln 3}{2\pi} \uparrow$

Subject: Page: ( )

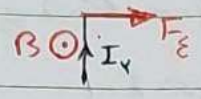
$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

سیم (۲) $\vec{F}_2 = \vec{B} \times I_2 \vec{l}_2 = B I_2 l_2 \sin 90 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}$



$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi (3d)}$

سیم (۴) $F_4 = B I_2 l_2 \sin 90 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}$



نیروی کل وارد بر حلقه

$F_y = 0$ سیم 1 و 3 همدیگر را خنثی کردند

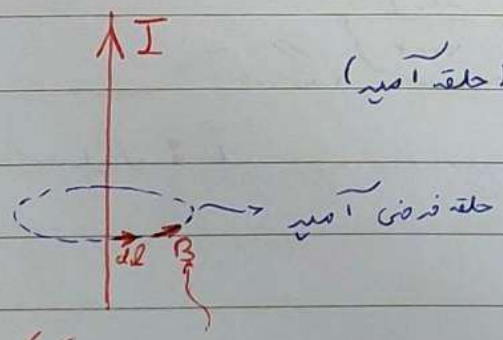
$F_x = \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{3\pi}$ است ← درجهت (حلقه به سمت چپ میره)

ب: قانون آمپر ← ۱- سیم های مستقیم و طویل

۲- چنبره

۳- سیملوله

۴- صفحه بسیار بزرگ حامل جریان



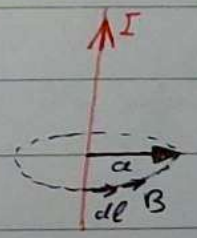
ابتدا حلقه فرضی و ذهنی در نظر می گیریم (حلقه آمپر)

$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{\text{درون}}$

میدان روی این حلقه روی طول کوچک فرضی dl

مثال: میدان مغناطیسی اطراف یک سیم طویل حامل جریان I در فاصله a از سیم؟

قبلا با بیوساوار حلش کردیم که خیلی طولانی شد



قانون آمپر $\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{\text{درون}}$

$B \int dl \cos 0 = \mu_0 I$

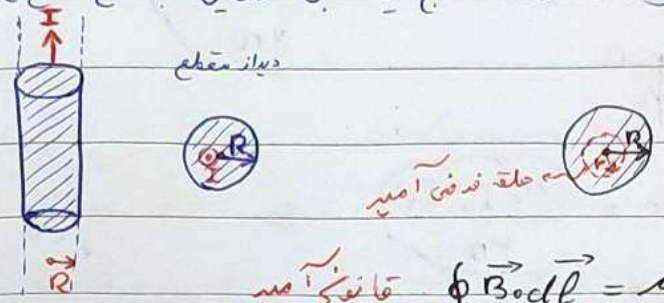
مجموع طول های محیط

$B(2\pi a) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

فاصله از سیم

خیلی راحت !!

مثال: میدان مغناطیسی تولیدی در داخل و خارج یک کابل طویل به شعاع مقطع R که



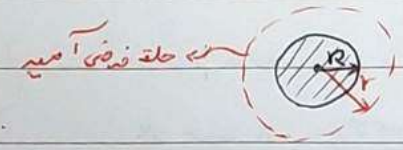
$r<R$: حلقه فرضی به شعاع r

قانون آمپر $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{درونی}$

$B\oint dl = \mu_0 I_{درونی} \longrightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$

$\frac{I}{I_{درونی}} \Big| \frac{\pi R^2}{\pi r^2} \rightsquigarrow I_{درونی} = I\frac{r^2}{R^2}$

$\longrightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$ جهت پادساعتگرد

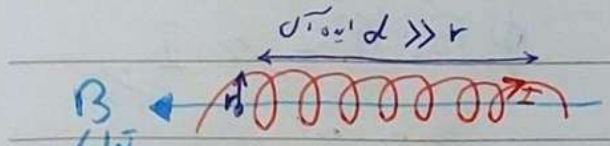


$r>R$: حلقه فرضی به شعاع r

قانون آمپر $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{درونی} \longrightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I$

$\longrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ جهت پادساعتگرد

سیملوله: یک پیچه مارپیچ استوانه‌ای طویل



$B_{out} = 0$

$B_{in} = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I$

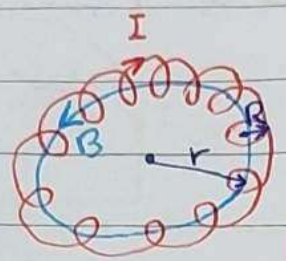
N: تعداد دور سیم حلقه‌ای

l: طول سیملوله

n: یکنواخت

Subject: Page: ( )

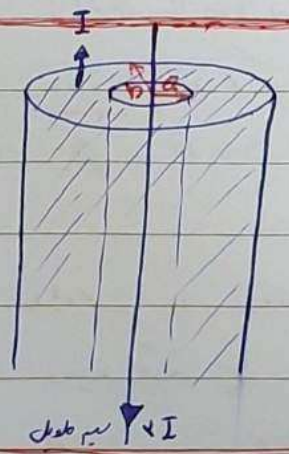
چنبره :



ایده آل $r \ggg R$

$$\begin{cases} B_{out} = 0 \\ B_{in} = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r} \end{cases}$$

تعداد دور سیم حلقه ها

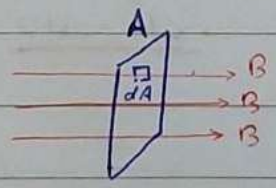


نمونه سوال (کابل طویل)

میدان در $r<a$ و $a<r<b$ و $r>b$ که

فصل القا - القاور

شار مغناطیسی

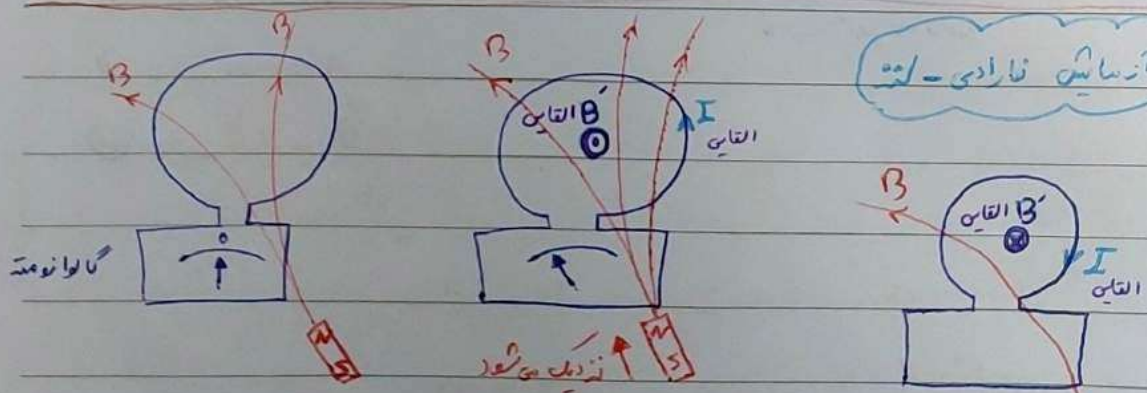


شار $\Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\alpha$

زاویه بین A و B

بطور کلی $\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$ واحد $T \cdot m^2 =$ وبر

آزمایش فارادی - لنز



Φ شار میدان زیاد میشه

مخالفت می کند که نذاره زیاد شه

B' خلاف جهت B است

Φ شار کم میشه

مخالفت می کند نذاره کم شه

B' در همان جهت B است

PARDIS

★ اگر شار عبوری از یک حلقه رسانا تغییر کند باعث ایجاد جریانی در حلقه می شود:

$$\xi = \frac{d\Phi_B}{dt}$$ نیروی محرکه

نتیجه آزمایش بالا ← قانون فاراده - لنز: [(قطعاً میاد)]

فاراده مشاهده کرد که وقتی شار مغناطیسی عبوری از یک سطح سیم پیچ در حال تغییر باشد، یک نیروی محرکه القایی در سیم بوجود می آید.

فاراده ← وقتی یک آهنربا را دور یا نزدیک کنیم به دلیل $\Delta\Phi$ جریان القایی و نیروی محرکه ξ بوجود می آید.

لنز ← جهت جریان القایی به گونه ای است که با کاهش یا افزایش Φ مخالفت کند.

$$\xi = -\frac{N\,d\Phi}{dt}$$ N: تعداد دور سیم

نکته: در یک مدار به چندین روش می توان نیروی محرکه القایی ایجاد کرد:

باعث تغییر شار شد

① با تغییر مقدار B

② با تغییر مساحت A

③ با تغییر زاویه θ

$B = 4t^2 + 7t + C$

★ مساحت موثر $A = \frac{\pi r^2}{2}$ ← اون قسمتی که مساحت از خط رد میشه

Subject: Page: ( )

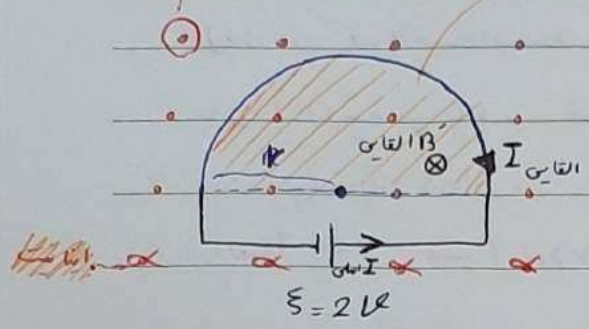
مثال: شعاع $r = 0/7\,m$ و مقاومت حلقه $R = 2\,\Omega$

می دانیم میدان B اندازه‌ش است.

الف) اندازه و جهت نیروی القایی که تولید میشه

(ناشی از تغییر B در طول زمان $t = 10\,s$)

ب) جهت جریان القایی در حلقه



الف) $B\uparrow \quad \phi\uparrow \longrightarrow B'$ مخالفت می‌کند

$$\phi_B = BA\cos\alpha = BA \rightsquigarrow \xi = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(AB)$$

A ثابت میاد بیرون

$$\rightsquigarrow \xi = -\frac{d}{dt}\left(4t^2 + 7t + 5\right)\frac{\pi r^2}{2}$$

$$\rightsquigarrow \xi = -(8t + 7)\frac{\pi r^2}{2} \xrightarrow[t=10]{} \xi = 5/27\,V$$

ساعتگرد

ب) $I_{\text{ق}} = \frac{\xi_{\text{ق}}}{R} = \frac{5/27 - 7}{2} = 1/6\,A$

جهت کی ساعتگرد

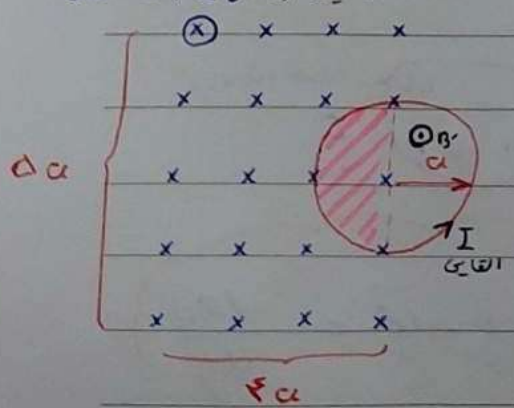
$B = 5 + 2t \rightsquigarrow$ اندازه

★ مساحت موثر

مثال:

مقاومت حلقه سیم پیچ $R = 10\,\Omega$

$\xi_{\text{القایی}}$ و $I_{\text{القایی}}$ و جهت



$B\uparrow \quad \phi\uparrow \longrightarrow B'$ مخالفت می‌کند

ϕ ثابت میاد بیرون

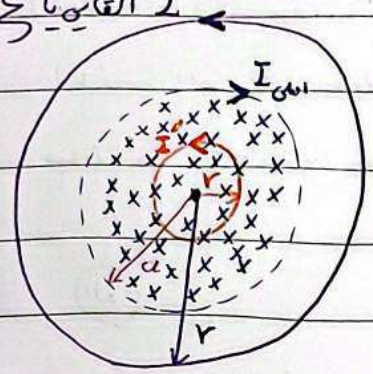
$$\xi = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}(AB) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\pi a^2}{2}\right)(5 + 2t)$$

$\frac{dB}{dt} = \alpha$ ثابت

Subject: Page: ( )

مثال: در یک ناحیه دایره‌ای به شعاع a میدان B با آهنگ ثابت نسبت به زمان افزایش می‌یابد. تغییرات $E_{\text{القایی}}$ را (به حسب r)

I' القایی یا E مخالفت می‌کند



الف) $r<a$ ب) $r>a$

شار از سطح میانی دایره می‌گذرد

$$r<a \rightarrow \xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA)$$

$$= -A\frac{dB}{dt} = -\pi r^2(\alpha)$$

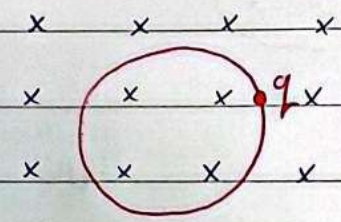
یادساعتگرد

$$r>a \rightarrow \xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA) = -A\frac{dB}{dt}$$

$$= -\pi a^2(\alpha)$$ یادساعتگرد

تذکر: به مساحت موثر دقت کن.

• شکل دیگر قانون فاراده



$$\xi = \frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \xi_{\text{القایی}} \rightarrow E_{\text{القایی}} \rightarrow F_{\text{القایی}} \rightarrow I_{\text{القایی}}$$

$$\Delta V = \frac{W}{q} \rightarrow \xi_{\text{القایی}} = \frac{W}{q}$$ کار انجام شده روی بار I

$$W = \oint \underbrace{\vec{F}}_{qE} \cdot d\vec{l}$$ II

$I = II$

$$\xi_{\text{القایی}} = \oint_{\text{القایی}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

روش تولید E:
1. بار الکتریکی
2. تغییر میدان مغناطیسی

ادامه مثال: ج) میدان الکتریکی القایی برحسب r چیه

$$r<a \longrightarrow \oint_{\text{القایی}} E\cdot dl = -\frac{d\phi}{dt}$$

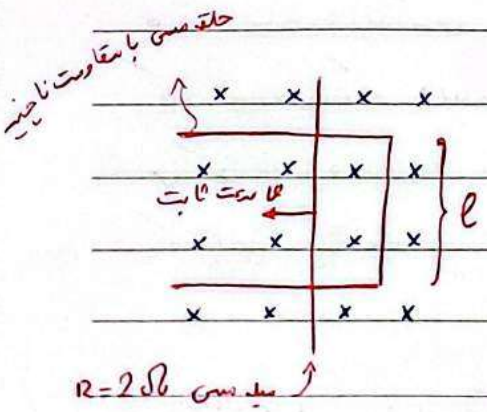
$$E_{\text{القا}} \oint dl = \underbrace{\alpha}_{\text{اینو ولش کن برای جهت}} \pi r^2 \alpha \longrightarrow E_{\text{القا}} (2\pi r) = -\pi r^2 \alpha$$

$$E_{\text{القا}} = -\alpha \frac{r}{2}$$

$$r>a \longrightarrow \oint E_{\text{القا}} \cdot dl = -\frac{d\phi}{dt} \longrightarrow E_{\text{القا}} (2\pi r) = -\pi a^2 \alpha$$

$$E_{\text{القا}} = -\alpha \frac{a^2}{2r}$$

مثال امتحانی



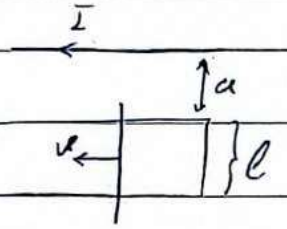
الف) $E_{\text{القایی}}$ چیه جهت چیه

ب) $I_{\text{القا}}$ چیه جهت چیه

ج) آهنگ تولید انرژی گرمایی چیه

$P = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$ $\quad P = RI^2$

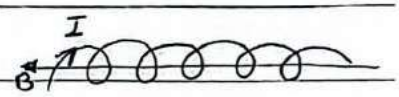
نمونه سوال امتحانی!



میله با مقاومت $R=rl$

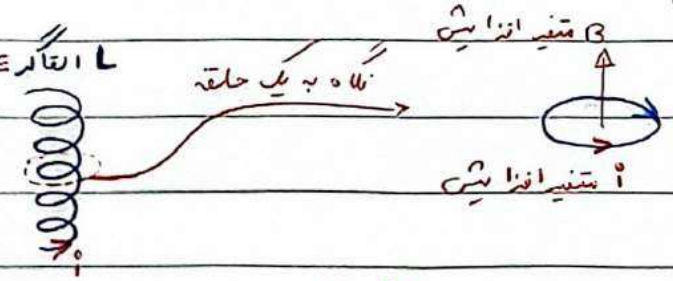
القاگر ← سیم لوله بلند که با عبور جریان متغیر از آن باعث تولید میدان مغناطیسی متغیر می‌شود.

L: اشتنیه



$B_{درونی} = \frac{\mu_0 N I}{l}$ ← I ثابت ← قبلا قانونی آمیر

• خودالقایی یا القاگری ← درونی پیچه که حامل جریان متغیر باشد، یک نیروی محرکه القایی $\mathcal{E}_L$ به وجود می‌آید. این فرایند را خودالقایی می‌گویند و نیروی محرکه القایی تولیدشده را نیروی محرکه القایی $\mathcal{E}_L$ می‌نامند، که این $\mathcal{E}_L$ مثل $\mathcal{E}_{القایی}$ از قانون فارادی - لنز به دست می‌آید.



(مقاومت می‌کند) خودالقایی $\mathcal{E}_L$ یا $i_{القایی}$

$$\mathcal{E}_{L\,(خودالقایی)} = -\frac{N d\Phi_B}{dt} \quad و \quad \mathcal{E}_{L\,(خودالقایی)} = -\frac{L\, di}{dt}$$

L: ضریب خودالقایی پیچه ← از تساوی دو عبارت بالا:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

شار عبور کرده از القاگر / جریان عبور کرده از القاگر ← شار عبور به آمپر

$$\frac{Tm^2}{A} = (هنری)$$

Subject: Page: ( )

★ در حالت ایده آل از مقاومت L القاگر صرف نظر می کنیم ★

نکته: بطور کلی محاسبه L کار پیچیده ای است. (محاسبه L نمیاد)

نکته: L فقط به شکل القاگر بستگی دارد.

ضریب خود القایی

پس: $\xi_L = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{di}{dt}$

مثال: ضریب خود القایی (L) یک سیملوله ایده آل به شعاع R و تعداد دور N به طول l را بیابید؟ (این تو امتحان نمیاد!)

$B_{\text{درون سیملوله}} = \mu_0 \frac{N}{l} I$

سطح مقطع سیملوله

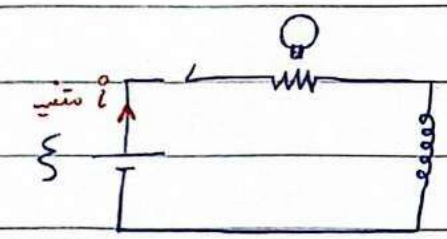
$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{N}{i}\left(\mu_0 \frac{N}{l} i\right) A = \frac{\mu_0 A}{l} N^2$ ← تعداد دور سیملوله

طول سیملوله

• پس دیده شده L فقط به شکل القاگر بستگی دارد ← شبیه ظرفیت C خازن

• مدار RL

هدف: کلید زده می شود، اگر القاگر به مقاومت R و یک باتری ξ متصل باشد دیده می شود که افزایش یا کاهش جریان مدار یک مرتبه نیست بلکه تدریجی است.



یعنی وقتی القاگر داریم وقتی کلید لامپ را بزنیم در لحظه روشن نمی شود بلکه کم کم روشن می شود.

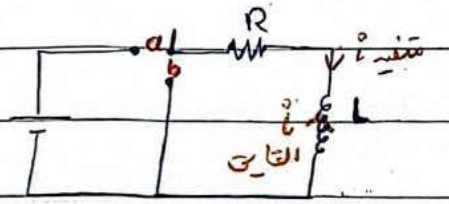
مثال: کلید a زده می‌شود. الف) جریان مدار در لحظه t چه

ب) ثابت زمانی خودالقایی مدار $\tau = ?$

ج) ξ_L ایجاد شده در القاگر چه

د) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R در لحظه t چه

ه) اختلاف پتانسیل دو سر القاگر به حسب t چه



الف) ξ $\frac{+}{-}$ i R L — i افزایش یک چیز از شعاع

این همان مقاومت است

قانون حلقه: $\sum \Delta V = 0 \longrightarrow \xi - Ri - \overbrace{\left(L\frac{di}{dt}\right)}^{\xi_L} = 0$

$$\longrightarrow \frac{di}{-\xi + iR} = \frac{dt}{L} \longrightarrow \int_{i=0}^{i} \frac{di}{iR-\xi} = \int_{t=0}^{t} \frac{dt}{L}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{R}\ln(iR-\xi)\Big|_0^i = \frac{-t}{L} \longrightarrow \frac{1}{R}\ln\frac{iR-\xi}{-\xi} = \frac{-t}{L} \longrightarrow \frac{iR-\xi}{-\xi} = e^{\frac{-tR}{L}}$$

$$\longrightarrow i(t) = \frac{\xi}{R}\left[1 - e^{\frac{-tR}{L}}\right]$$

$\frac{t}{\frac{L}{R}} \longrightarrow \tau$

تست جواب

$t=0 \longrightarrow i=0$

$t=\infty \longrightarrow i=\xi/R$

★ نکته: وقتی کلید به مدت طولانی به a وصل باشد القاگر مثل سیم رسانا عمل می‌کند.

ب) $\tau = \frac{L}{R}$ نوع t است

ج) $\xi_L = -L\frac{di}{dt} = -L\left(\frac{\xi}{L}e^{\frac{-tR}{L}}\right) = -\xi e^{\frac{-tR}{L}}$

$\frac{-t}{\frac{L}{R}} = \tau$

د) $V_R = iR = \xi\left(1 - e^{-t/(L/R)}\right)$ تست جواب

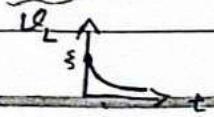
$t=0 \longrightarrow V_R = 0$

$t=\infty \longrightarrow V_R = \xi$

ه) $|V_L| = |\xi_L| = \xi e^{\frac{-t}{L/R}}$ تست

$t=0 \longrightarrow V_L = \xi$

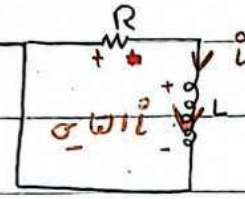
$t\to\infty \longrightarrow$ ★ سیم بلند $\longrightarrow V_L = 0$



Subject: Page: ( )

ادامه مثال قبل : حال کلید به b وصل می‌شود.

جریان مدار در هر لحظه چه



(دیگر باتری نداره) کاهشی i

$$\sum V = 0 \rightarrow \cancel{\xi} - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\rightarrow \frac{di}{i} = \frac{-dt}{L/R} \rightarrow \int_{I_{MAX}}^{i} \frac{di}{i} = \int_{t=0}^{t} \frac{-dt}{L/R} \rightarrow \ln\frac{i}{I_{MAX}} = \frac{-t}{L/R}$$

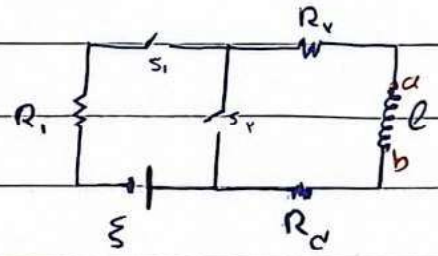
★ i بیشینه ★ $i = I_{MAX} = \xi/R$

$$\rightarrow i(t) = I_{MAX}\, e^{-t/\frac{L}{R}}$$

$t=0 \rightarrow I_{MAX}$

$t \rightarrow \infty \rightarrow I = 0$

نمونه سوال امتحانی :



ابتدا S_1 و S_2 باز هستند.

در یک لحظه کلید S_1 را می‌بندیم :

الف : جریان مدار درست در لحظه بستن کلید چه $(t=0)$

ب : پس از گذر زمان طولانی $(t \to \infty)$ ، جریان مدار چه

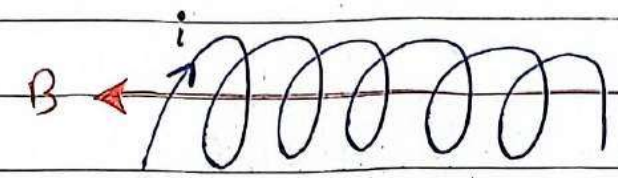
پس از آنکه مدار به مدت طولانی بسته بود بطور همزمان و در یک لحظه کلید S_2 بسته و کلید S_1 باز می‌شود :

ج : جریان مدار به حسب t چه

د : در زمان t_1 اختلاف پتانسیل دو سر R_2 برابر $\frac{\xi}{12}$ می‌شود. مقدار t_1 چه

هـ : در لحظه t در قسمت قبل ، اختلاف پتانسیل دو سر القاگر چه ? $V_a - V_b =$

• انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر L : در حالی که جریانی i از القاگر گذرد :



$$U_B = \frac{1}{2} L I^2$$

ضریب خودالقایی

تشابه

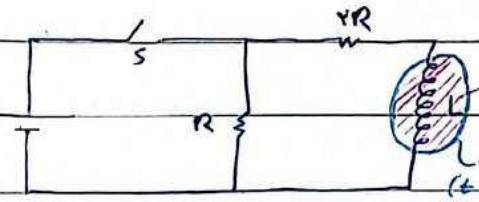
$$U_E = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

چگالی انرژی الکتریکی

در واحد حجم درون میدان E $\quad U_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$ $\xleftrightarrow{\text{تشابه}}$ $u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

• چگالی انرژی مغناطیسی در واحد حجم

مثال مدار RL : درست در لحظه زدن کلید $(t=0)$ جریانی که از 2R می‌گذرد چقدر



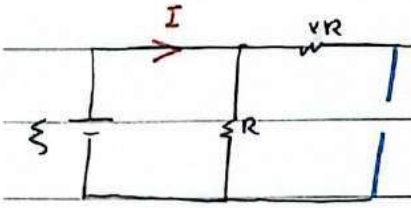
جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر

در ابتدا مثل جاده $(t=0)$

خاکیه و کسی ازش رد نمیشه

بعد از مدتی در حدود t

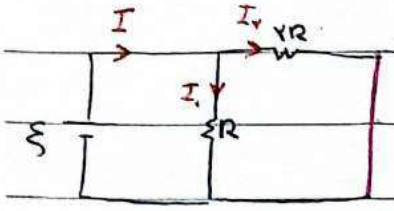
این جاده دیگه از بس زمان گذشته صاف صاف میشه



پس جریانی عبوری از $2R = \varepsilon_0$

جریانی باتری $I = \varepsilon / R$

حال پس از گذشت مدت زمان طولانی جریانی پایدار در مدار شاخه چقدر

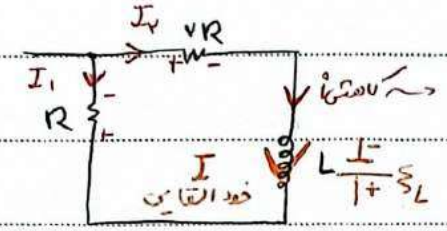


$I_1 = \varepsilon / R \qquad I_2 = \varepsilon / 2R$

• در حالت ایده‌آل: از مقاومت القاگر L صرف نظر می‌کنیم.

NOTE: DATE: / / SUBJECT:

اکنون در لحظه $t=0$ کلید را قطع می‌کنیم، چه باید مدار در لحظه t ؟



$$\xi_{L\,\text{خود القایی}} = -L\frac{di}{dt} \quad , \quad \Sigma \Delta V = 0 \longrightarrow \xi_L - iR - i2R = 0$$

$$\longrightarrow \frac{-L\,di}{dt} - i(R+2R) = 0$$

$$\longrightarrow -L\frac{di}{dt} = 3iR \longrightarrow \frac{di}{i} = \frac{-3R}{L}dt$$

$$\xrightarrow{\int} \int_{I_2}^{i}\frac{di}{i} = \int_{t=0}^{t}\frac{-3R}{L}dt \longrightarrow \ln i\Big|_{I_2}^{i} = -t\frac{3R}{L}$$

دیگه، اینی تو L اومده

$$\longrightarrow \ln\frac{i}{I_2} = \frac{-t}{L/3R}$$

$$\longrightarrow i(t) = I_2\, e^{\frac{-t}{L/3R}}$$

ثابت زمانی خود القایی مدار τ

پس از گذشت یک ثابت زمانی از قطع کلید چه انرژی ذخیره شده در القاگر؟

ثابت زمانی $t = \tau = L/3R$

$$U_B = \frac{1}{2}L\,i^2(t) \qquad i(t) = I_2\, e^{-\tau/\tau} = I_2 e^{-1} = \frac{\xi}{2Re}$$

$$\xrightarrow{\star} U_B = \frac{1}{2}L\left(\frac{\xi}{2Re}\right)^2 = \frac{1}{8}\frac{L}{R^2}\frac{\xi^2}{e^2}$$

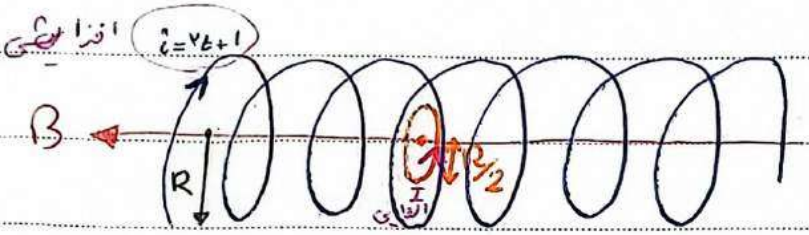
NOTE: DATE: / / SUBJECT

نمونه سوال: یک سیملوله ایده آل به شعاع R، تعداد n دور در واحد طول، حامل جریانی i باشد.

الف) میدان مغناطیسی درون سیملوله را بنویسید.

ب) اگر $i=2t+1$ باشد و یک حلقه سیم به شعاع $R/2$ در داخل سیملوله طبق شکل قرار گیرد، نیروی محرکه القایی ایجاد شده در داخل یک حلقه سیم.

ج) میدان الکتریکی القایی E در یک نقطه روی محیط حلقه سیم.



الف) $B_{\text{درون سیملوله}} = \mu_0 n i =$ عدد ثابت

ب) $\xi_{\text{القایی ایجاد شده در حلقه سیم}} = -1 \times \frac{d\Phi_B}{dt}$ و $\Phi_B = BA = (\mu_0 n i)(\pi (R/2)^2)$ شار عبوری از حلقه سیم

متغیر

$$\xi_{\text{القایی ایجاد شده در حلقه سیم}} = \frac{-d}{dt}(\underbrace{\mu_0 n i}_{\text{ثابت}})(\underbrace{\pi (R/2)^2}_{\text{ثابت}}) = -(\pi (R/2)^2)\mu_0 n \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{-\pi R^2}{4}\mu_0 n (2)$$ یادداشت کنید

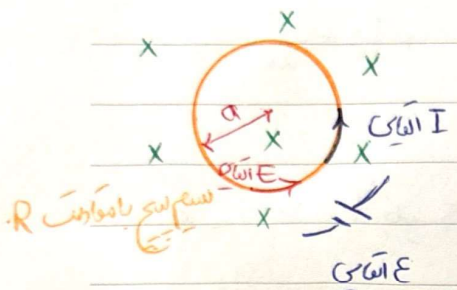
ج) $\oint E \cdot dl = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ دور حلقه سیم

$$\rightarrow E(2\pi R/2) = \frac{-\pi R^2}{2}\mu_0 n$$

$$E = -\frac{R}{2}\mu_0 n$$

الی به امید تو یارب العالمین ...

$B = 2t + 3$



القاء

۱. قانون فاراده ← حتماً القایی

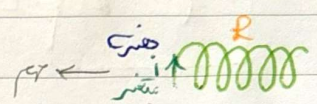
$\varepsilon_{\text{القایی}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\quad \Phi_B = BA\cos\theta$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ شکل دوم قانون فاراده

القایی روی حلقه

$I_{\text{القایی}} = \frac{\varepsilon_{\text{القایی}}}{R}$

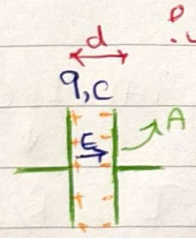
2. القاگر



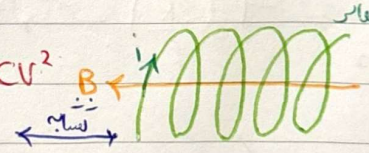
$\varepsilon_{\text{خودالقایی}} = -L\frac{di}{dt}$

مدار RL

3. انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر L در حالی که جریان i می‌گذرد، چقدر است؟



$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$



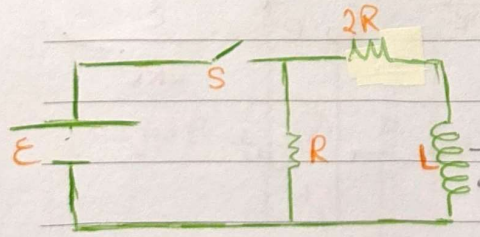
انرژی ذخیره شده درون القاگر

$U_B = \frac{1}{2}Li^2$

$C = \varepsilon_0\frac{A}{d}$ $\quad U_E = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

چگالی انرژی الکتریکی در واحد حجم درون میدان E

$U_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$ ← چگالی انرژی در واحد حجم



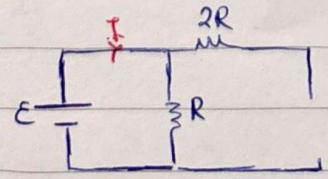
شکل ۱: درست در لحظه روشن کردن کلید $(t=0)$

جریانی که 2R می‌گذرد ← صفر

جریانی که از باتری می‌گذرد: $I = \frac{\varepsilon}{R}$

جریان به لحظه‌ی نمی‌گذرد

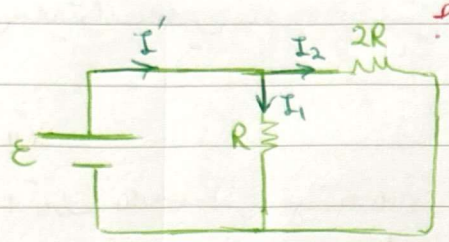
تقریباً برابر صفر است



dotnote

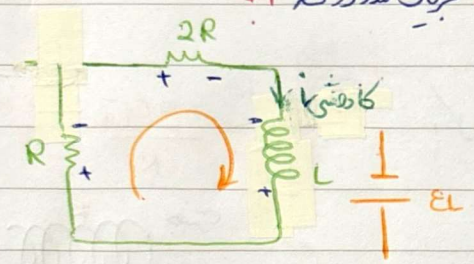
Scanned with CamScanner

حال پس از گذشت مدت زمان طولانی جریان پایدار در مدار شده:



$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R} \quad , \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{2R}$$

اکنون در لحظه $t=0$ کلید S را قطع کنید. جریان مدار در لحظه t:



$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$ خودالقایی

قانون حلقه:

$$-L\frac{di}{dt} - i(R+2R) = 0 \qquad \leftarrow \varepsilon_L - iR - i2R = 0$$

$$\rightarrow -L\frac{di}{dt} = 3iR \longrightarrow \int_{I_2}^{i} \frac{di}{i} = \int_{t=0}^{t} \frac{-3R}{L}\,dt \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \ln i \Big|_{I_2}^{i} = -t\left(\frac{3R}{L}\right) \longrightarrow \ln\frac{i}{I_2} = \frac{-t}{\frac{L}{3R}} \longrightarrow i(t) = I_2 e^{\frac{-t}{\frac{L}{3R}}}$$

τ ثابت زمانی مدار $= L/3R$

پس از گذشت یک ثابت زمانی از قطع کلید S، انرژی ذخیره شده در القاگر؟

$U_B = ?$ $\qquad U_B = \frac{1}{2}L(i(t))^2$ $\qquad t = \tau = L/3R = \text{عدد}$

$$i(t) = I_2 e^{-\frac{t}{\tau}} \longrightarrow i(\tau) = I_2 e^{-\frac{\tau}{\tau}} = I_2 e^{-1} = \frac{\varepsilon}{2Re}$$

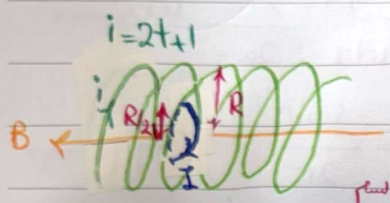
$$U_B = \frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{2Re}\right)^2 = \frac{1}{8}\frac{L}{R^2}\frac{\varepsilon^2}{e^2}$$ عدد ← ژول

مثال: یک سیم لوله ایده‌آل داریم با شعاع R ، تعداد n دور در واحد طول حامل جریان i است.

الف) میدان مغناطیسی درون سیملوله را بنویسید؟

ب) اگر $i = 2t + 1$ باشد و یک حلقه سیم به شعاع $R/2$ در داخل سیملوله طبق شکل قرار گیرد. نیروی محرکه القایی ایجاد شده در داخل یک حلقه سیم؟ جهت؟

ج) میدان الکتریکی القایی E در یک نقطه روی سطح حلقه سیم؟



الف) $B_{\text{درون سیملوله (یکنواخت)}} = \mu_0 n i = \text{عدد است} = 2T$

$\mathcal{E}_{\text{القایی درون حلقه سیم}} = -1 \times \dfrac{d\Phi_B}{dt}$ ، $\Phi_B = BA = (\mu_0 n i)(\pi \frac{R}{2}^2)$

روی حلقه آبی (حلقه به شعاع $R/2$)

ساعت از حلقه سیم

$$\mathcal{E}_{\text{القایی درون حلقه سیم}} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A\frac{dB}{dt} = -\left(\frac{\pi R^2}{4}\right)\frac{d(\mu_0 n i)}{dt} = \frac{-\pi R^2}{4}\mu_0 n \frac{di}{dt} \rightarrow$$

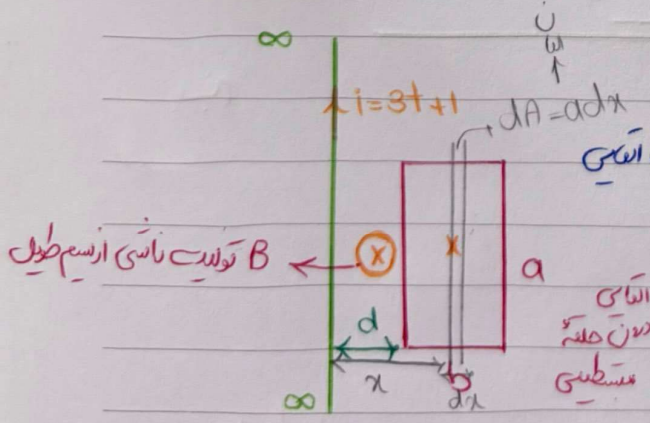
$$\rightarrow -\frac{\pi R^2}{4}\mu_0 n(2) \rightarrow$$ ساعتگرد

ج) $$\oint \underset{\text{القایی}}{\vec{E}} \cdot \vec{dl} = \frac{-d\Phi_B}{dt} \rightsquigarrow E\left(2\pi \frac{R}{2}\right) = \frac{-\pi R^2}{2}\mu_0 n$$

روی حلقه سیم صورتی

$E = -\dfrac{R}{2}\mu_0 n$ ساعتگرد.

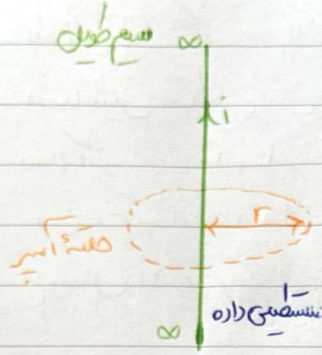
سی‌ام مثال:



الف) نیروی محرکه القایی ایجاد شده در حلقه؟

ب) اگر مقاومت حلقه R باشد بزرگی و جهت جریان القایی تولید شده در حلقه؟

الف) $\mathcal{E}_{\text{القایی درون حلقه مستطیلی}} = \dfrac{-d\Phi_B}{dt} = \dfrac{-d(BA)}{dt}$



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درون}}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i \longrightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$r \to x$

شار جزئی عبوری از المان جزئی سطح dA — ناشی از سیم طویل

$$\Phi_B = \int d\Phi_B = \int B\,dA = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,a\,dx \longrightarrow$$

$dA = a\,dx$

شار عبوری از حلقه مستطیلی داده شده.

$$\longrightarrow \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\int_d^{d+b}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\ln(x)\Big|_d^{d+b} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\ln\frac{d+b}{d} = \Phi_B$$

ثابت اند

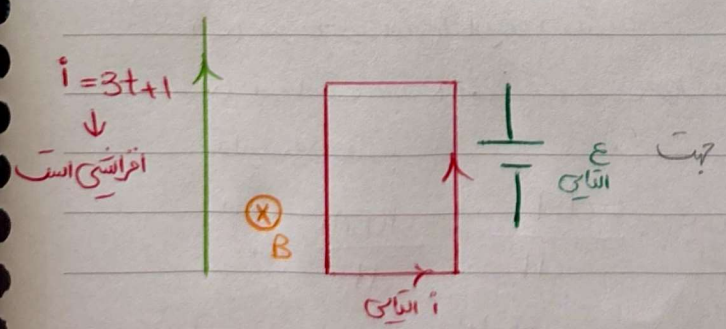
$$\varepsilon_{\text{القایی درون حلقهٔ مستطیلی}} = \frac{-d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 i a}{2\pi}\ln\frac{d+b}{d}\right) \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \frac{-\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+b}{d}\right)\frac{d}{dt}(i) = -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+b}{d}\right)\frac{d}{dt}(3t+1)$$

$$\longrightarrow = -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+b}{d}\right) \longrightarrow \varepsilon_{\text{القایی تولید شده درون حلقهٔ مستطیلی}} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\,3\ln\left(\frac{d+b}{d}\right)$$ ولت

$\boxed{i_{\text{القایی}}}$ ← چون شار افزایش می یابد ← شار از نوع افزایشی است ←

ب)



$$i_{\text{القایی درون حلقهٔ مستطیلی}} = \frac{\varepsilon_{\text{القایی}}}{R_{\text{حلقه}}} = \frac{\frac{\mu_0 a}{2\pi}\,3\ln\left(\frac{d+b}{d}\right)}{R}$$ آمپر

پادساعتگرد (عدد است.)